

- 1) Desde el borde de la terraza de un edificio de 50 m de altura se deja caer un objeto. Calcular:
- ¿Cuánto tarda en llegar a la vereda?
 - ¿Con qué velocidad expresada en km/h llega?
 - ¿Cuánto tarda en llegar a la mitad del edificio?
 - ¿Con qué aceleración cae?
 - ¿A qué altura el módulo de su velocidad es 20 m/s?
 - Construya un gráfico de $h(t)$ y $v(t)$



Datos: $v_0 = 0$ $h_0 = 50 \text{ m}$

a)

$$h(t) = h_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$0 = 50 \text{ m} + 0 \cdot t - \frac{1}{2} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{50 \text{ m}}{5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 3,16 \text{ seg.}$$

b)

$$v(t) = v_0 - g \cdot t$$

$$v(t) = 0 - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3,16 \text{ seg} = -31,6 \frac{\text{m}}{\text{s}} = -113,83 \text{ km/h}$$

c)

$$h(t) = h_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$25 = 50 \text{ m} + 0 \cdot t - \frac{1}{2} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{25 \text{ m}}{5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 2,24 \text{ seg.}$$

d)

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

e)

$$v(t) = v_0 - g \cdot t$$

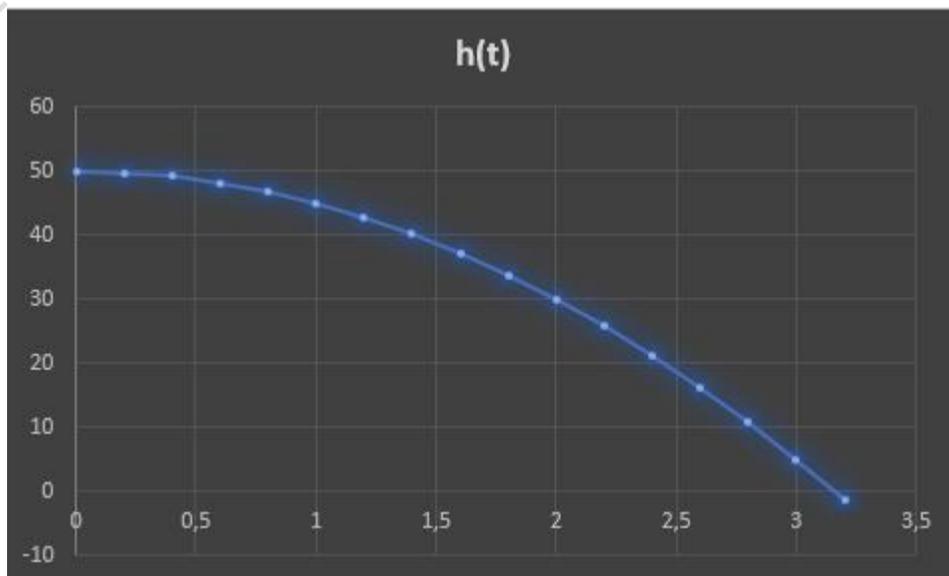
$$-20 \text{ m/s} = 0 - 10 \text{ m/s}^2 \cdot t$$

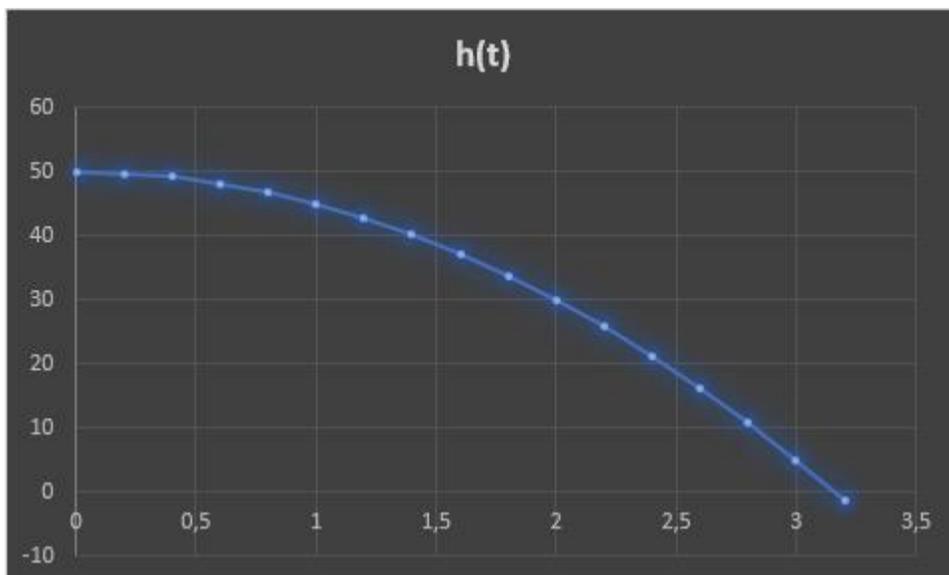
$$t = \frac{20 \text{ m/s}}{10 \text{ m/s}^2} = 2 \text{ seg.}$$

$$h(t) = h_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$h(t) = 50 \text{ m} + 0 \cdot 2 \text{ seg} - \frac{1}{2} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (2 \text{ seg})^2 = 30 \text{ m}$$

f) Gráficos:





2) Desde un avión dejan caer un objeto tardando un minuto en llegar al piso. ¿A qué altura vuela el avión y cuál es su velocidad en el momento en que impacta contra el piso?

Datos: v_0 (dejan caer) $t = 1 \text{ minuto} = 60 \text{ seg.}$

$$h(t) = h_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

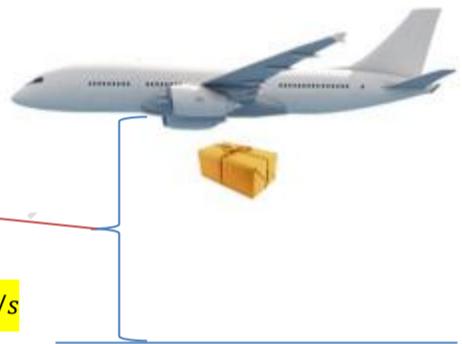
$$0 = h_0 + 0.60 \text{ s} - \frac{1}{2} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (60 \text{ s})^2$$

$$0 = h_0 - 18.000 \text{ m}$$

$$h_0 = 18.000 \text{ m}$$

$$v_f = v_0 - gt$$

$$v_f = 0 - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 60 \text{ seg} = -600 \text{ m/s}$$



3) Se lanza un objeto desde el piso tardando 8 segundos en alcanzar su altura máxima. ¿Con qué velocidad fue lanzado? ¿Qué altura alcanza el objeto?

Datos del problema: $h_0 = 0$ $t_m = 8 \text{ seg}$

Recuerden que en la altura máxima la velocidad es cero. Esta información podemos usarla junto con el tiempo que tardó en alcanzar su altura máxima para averiguar con qué velocidad fue lanzado:

$$v(t) = v_0 - g \cdot t$$

$$0 = v_0 - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 8 \text{ seg}$$

$$v_0 = 80 \text{ m/s}$$

Ahora averiguamos la altura máxima con la fórmula de $h(t)$

$$h(t) = h_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$h_{max} = 0 + 80 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 8 \text{ s} - \frac{1}{2} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (8 \text{ s})^2 = 320 \text{ m}$$

4) Una persona arroja verticalmente un objeto desde su mano tardando 6 segundos en caer en la otra mano. ¿Qué altura máxima respecto de la mano alcanzó? ¿Con qué velocidad salió de la mano? ¿Con qué velocidad llega nuevamente a la mano? Grafique $h(t)$ y $v(t)$

En este problema nos da como dato el tiempo total que tarda un objeto en subir y bajar desde la mano. Para averiguar la altura máxima primero necesito sacar la velocidad inicial. Por lo tanto usaremos la ecuación de $h(t)$ reemplazando h_0 y $h(t)$ por cero ya que sale y vuelve a la mano:

$$h(t) = h_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$0 = 0 + v_0 \cdot 6 \text{ s} - \frac{1}{2} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (6 \text{ s})^2$$

$$v_0 = \frac{180 \text{ m}}{6 \text{ s}} = 30 \text{ m/s}$$

Ahora que tengo la velocidad con la cual salió de la mano, puedo averiguar la altura máxima. ¿Cuánto tiempo tardó en alcanzar la altura máxima? Si tardó 6 segundos en subir desde y bajar entonces empleó la mitad de ese tiempo en llegar a la altura máxima, es decir, t_m es 3 segundos.

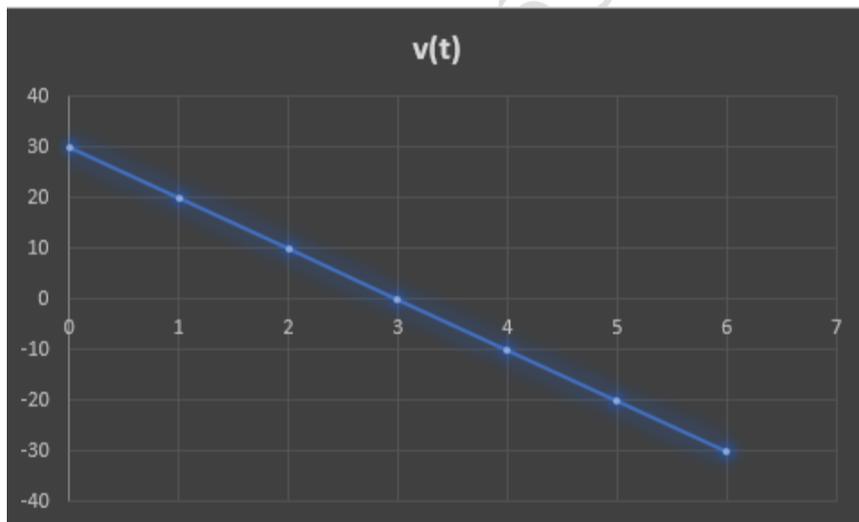
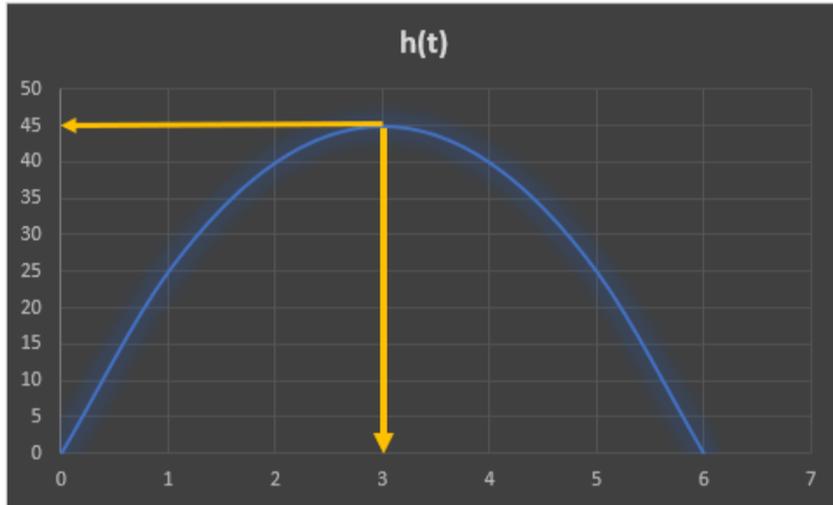
$$h_{max} = 0 + 30 \frac{m}{s} \cdot 3 s - \frac{1}{2} 10 \frac{m}{s^2} \cdot (3s)^2 = 45 m$$

Finalmente averiguamos la velocidad con la cual regresa a la mano; para esto reemplazamos en la ecuación de $v(t)$ la velocidad inicial (30 m/s) y el tiempo total (6 segundo):

$$v(t) = v_0 - g \cdot t$$

$$v(t) = 30 \frac{m}{s} - 10 \frac{m}{s^2} \cdot 6 seg = -30 \frac{m}{s}$$

Gráficos:



5) A partir del gráfico de la derecha:

- a) **Identifiquen intervalos de ascenso**
descenso del cuerpo.

Ascenso: (0; 4)

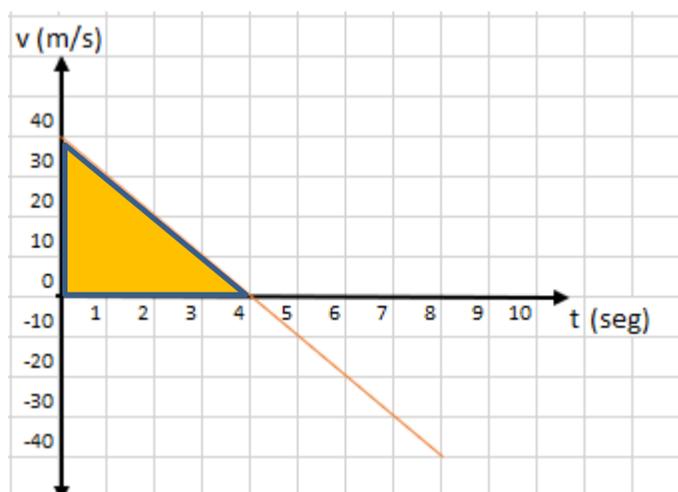
Descenso: (4; 8)

- b) **¿En qué instante alcanza su altura máxima?**

$t_{max} = 4 seg$

- c) **¿Cuál es dicha altura?**

Podemos averiguarlo del gráfico calculando la superficie del triángulo amarillo que representa el movimiento desde que salió hasta que alcanzó su altura máxima (recuerda que habíamos visto que el área que queda debajo de las rectas de velocidad representan los espacios recorridos):



$$S = \frac{4 \times 40}{2} = 80 m$$

d) ¿Con qué velocidad salió?

$$v_0 = 40 \text{ m/s}$$

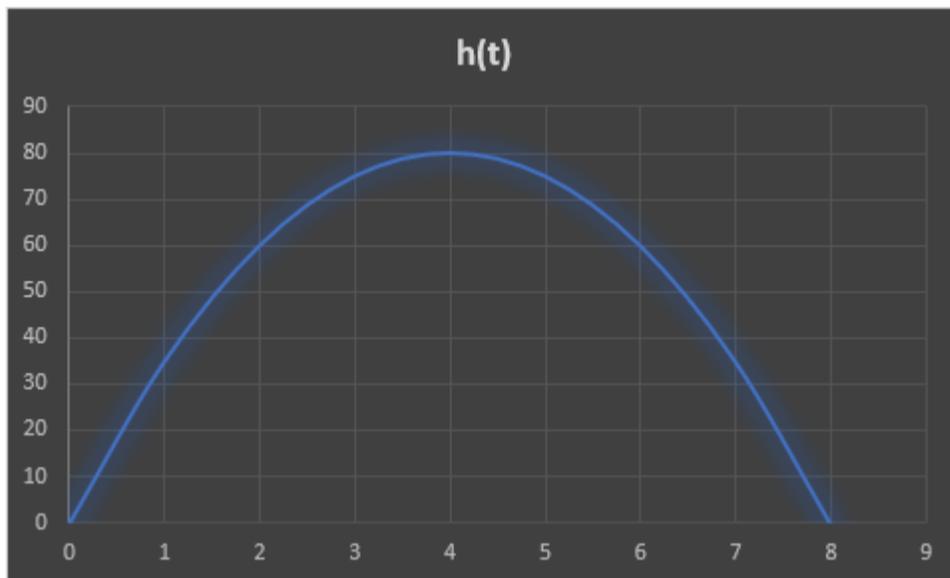
e) ¿Con qué velocidad cayó nuevamente?

$$v_f = -40 \text{ m/s}$$

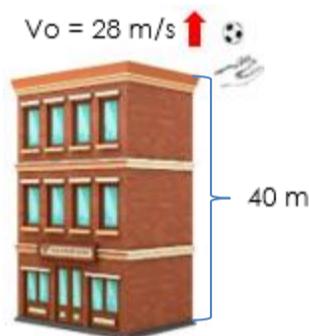
f) ¿Cuánto vale la aceleración?

$$a = -10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

g) Construya el gráfico de $h(t)$ correspondiente.



6) Se arroja un objeto hacia arriba desde la terraza de un edificio de 40 m de altura con una velocidad de 28 m/s. ¿Cuánto tarda en llegar a la vereda? ¿Con qué velocidad llega? ¿Cuál es la altura máxima que alcanza medida desde la vereda?



$$v_0 = 28 \text{ m/s}$$

$$h(t) = h_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$0 = 40 \text{ m} + 28 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t - \frac{1}{2} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2$$

$$5 t^2 - 28 t - 40 = 0$$

$$t_c = 6,78 \text{ seg}$$

$$v_f = 28 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 6,78 \text{ s} = -39,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Para averiguar la altura máxima primero debemos usar la ecuación de velocidad, igualarla a cero y así poder sacar el tiempo que tarda en alcanzar la altura máxima:

$$v(t) = v_0 - g \cdot t$$

$$0 = 28 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t_m$$

$$t_m = \frac{28 \text{ m}}{10 \text{ m/s}^2} = 2,8 \text{ seg}$$

Ahora reemplazamos en la ecuación de altura para calcular la altura máxima:

$$h_{\text{máx}} = 40 \text{ m} + 28 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2,8 \text{ s} - \frac{1}{2} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2,8 \text{ seg})^2 = 79,2 \text{ m}$$

7) Se arroja un objeto desde la terraza de un edificio de 37 m de altura tardando 5 segundos en llegar a la vereda. ¿Con qué velocidad y dirección fue lanzado?

Datos: $h_0 = 37 \text{ m}$ $t_c = 5 \text{ seg}$

$$h(t) = h_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

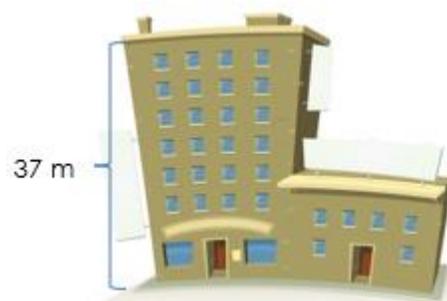
$$0 = 37 \text{ m} + v_0 \cdot 5 \text{ s} - \frac{1}{2} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (5\text{s})^2$$

$$0 = 37 \text{ m} + v_0 \cdot 5 \text{ s} - 125 \text{ m}$$

$$v_0 = \frac{125 \text{ m} - 37 \text{ m}}{5 \text{ s}}$$

$$v_0 = 17,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

se arrojó hacia arriba ya que el resultado es positivo



8) Desde el borde de un acantilado de 75 m de altura se arroja una piedra hacia abajo con una velocidad de 12 m/s. ¿Cuánto tarda en caer y con qué velocidad llega al piso? Repita el problema si en vez de ser lanzado se lo deja caer. Represente gráficamente $h(t)$.

Rtas: 2.85 seg. -40.5 m/seg; 3.87 seg, -38.73 m/seg.

Datos del problema: ver dibujo.

$$h(t) = h_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$0 = 75 \text{ m} - 12 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t - \frac{1}{2} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2$$

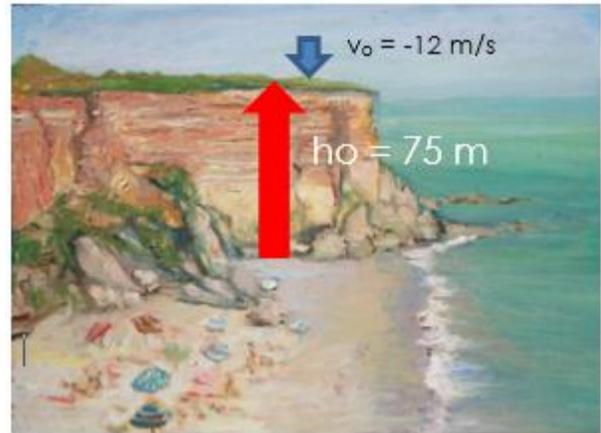
$$0 = 75 - 12t - 5t^2$$

Usando la fórmula de la resolvente sacamos t:

$$t_c = 2,85 \text{ seg.}$$

$$v(t) = v_0 - g \cdot t$$

$$v(t) = -12 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2,85 \text{ s} = -40,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Si en lugar de lanzarlo se lo deja caer debemos hacer nuevamente los cálculos pero considerando $v_0 = 0$:

$$h(t) = h_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

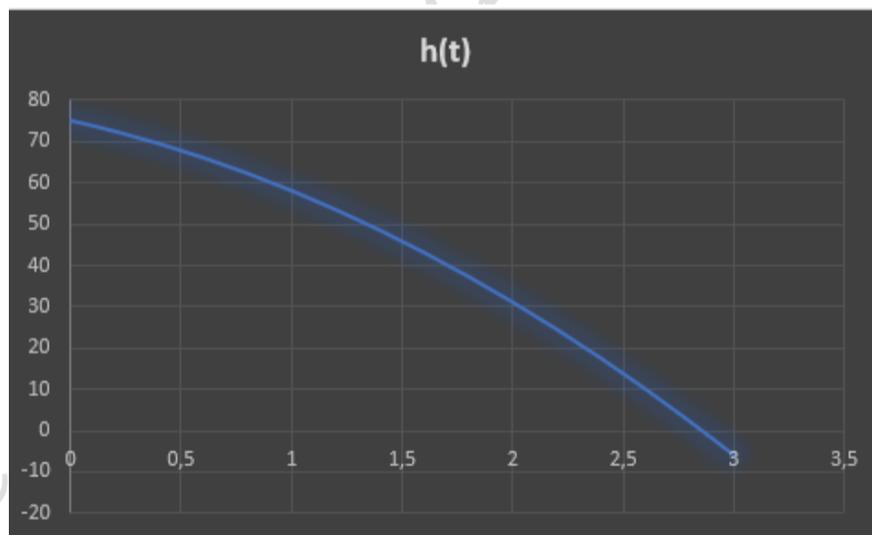
$$0 = 75 \text{ m} + 0 \cdot t - \frac{1}{2} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2$$

$$5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t^2 = 75 \text{ m}$$

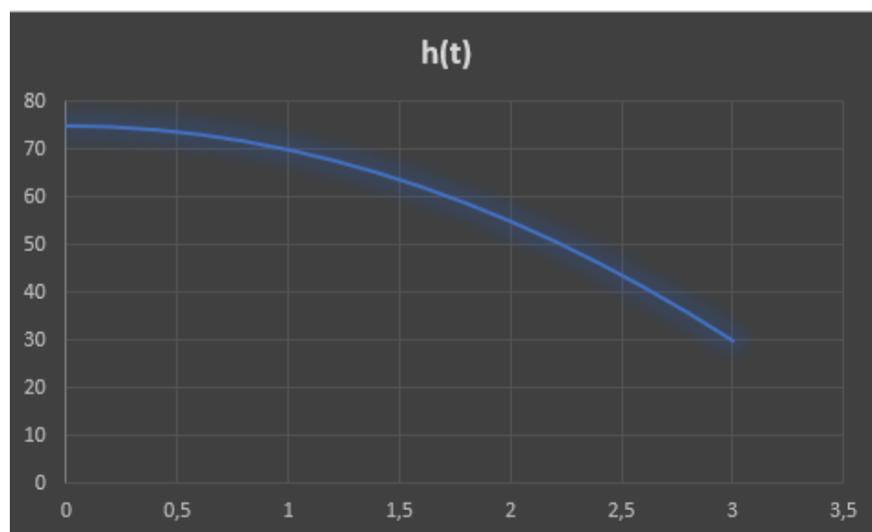
$$t_c = \sqrt{\frac{75 \text{ m}}{5 \text{ m/s}^2}} = 3,87 \text{ seg}$$

$$v(t) = v_0 - g \cdot t$$

$$v(t) = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3,87 \text{ s} = -38,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Con velocidad inicial



Sin velocidad inicial

9) Se lanza un objeto desde el piso tardando 10 segundos en caer nuevamente. ¿Con qué velocidad fue lanzado y cuál es la altura máxima que alcanza?

Este problema es similar al problema 4 que resolvimos antes.

$$h(t) = h_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

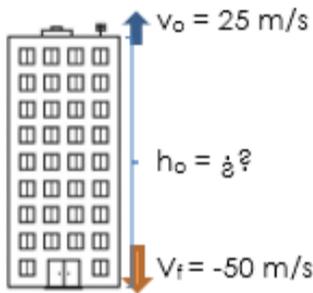
$$0 = 0 + v_0 \cdot 10 \text{ s} - \frac{1}{2} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (10 \text{ s})^2$$

$$v_0 = \frac{500 \text{ m}}{10 \text{ s}} = 50 \text{ m/s}$$

$$t_m = \frac{t_c}{2} = 5 \text{ seg}$$

$$h_{\text{max}} = 0 + 50 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 5 \text{ s} - \frac{1}{2} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (5 \text{ s})^2 = 125 \text{ m}$$

10) Desde la terraza de un edificio se lanza un objeto hacia arriba con una velocidad de 25 m/s y llega a la vereda a 50 m/s. ¿Cuánto tarda en llegar a la vereda? ¿Cuál es la altura de edificio? ¿Qué altura máxima alcanzó? Represente gráficamente $h(t)$.



Para resolver este problema partimos de la ecuación de la velocidad que nos permitirá averiguar el tiempo de caída ya que tenemos como datos la velocidad inicial y la final:

$$v_f = v_0 - g \cdot t$$

$$-50 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t_c$$

$$t_c = \frac{25 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 7,5 \text{ seg.}$$

Ahora que tenemos el tiempo que tarda el objeto en llegar a la vereda podemos averiguar la altura del edificio que en este problema será h_0 :

$$h(t) = h_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$0 = h_0 + 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 7,5 \text{ s} - \frac{1}{2} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (7,5 \text{ s})^2$$

$$0 = h_0 + 187,5 \text{ m} - 281,25 \text{ m}$$

$$h_0 = 281,25 \text{ m} - 187,5 \text{ m} = 93,75 \text{ m}$$

Para calcular la altura máxima averiguamos primero el tiempo que tarda en alcanzarla igualando la velocidad final cero:

$$v(t) = v_0 - g \cdot t$$

$$0 = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t_m$$

$$t_m = \frac{25 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 2,5 \text{ seg}$$

Ahora reemplazamos este tiempo en la ecuación de altura:

$$h(t) = h_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$h_{\text{max}} = 93,75 \text{ m} + 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2,5 \text{ s} - \frac{1}{2} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2,5 \text{ s})^2 = 125 \text{ m}$$

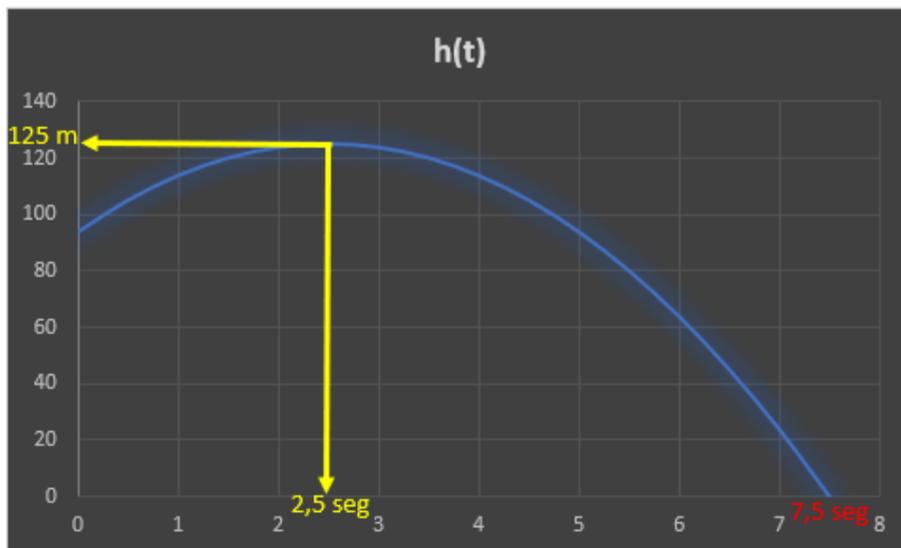
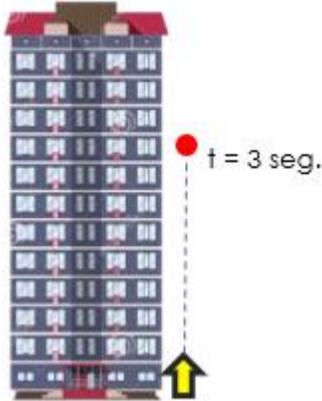


Gráfico $h(t)$

11) Desde el piso se arroja una piedra hacia arriba pasando por el 8° piso de un edificio a los 3 segundos. ¿Con qué velocidad fue lanzada y hasta que piso llega la piedra? A los 3 segundos la piedra está subiendo o bajando? (Suponer siempre en todos los problemas que cada piso tiene 3 m de altura).



Como cada piso tiene 3 m, el 8° piso está a 24 m de la vereda (8 x 3). Sabiendo parte del piso ($h_0 = 0$) y que a los 3 segundos llega a 24 m de altura, podemos usar la ecuación de altura para averiguar con qué velocidad fue lanzado:

$$h(t) = h_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$24 \text{ m} = 0 + v_0 \cdot 3 \text{ s} - \frac{1}{2} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (3 \text{ s})^2$$

$$24 \text{ m} = v_0 \cdot 3 \text{ s} - 45 \text{ m}$$

$$v_0 = \frac{24 \text{ m} + 45 \text{ m}}{3 \text{ seg}} = 23 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Para averiguar hasta que piso llegará la piedra debemos averiguar la altura máxima que alcanzará. Para eso igualamos $v(t)$ a cero y sacamos t_m y luego reemplazamos en $h(t)$:

$$v(t) = v_0 - g \cdot t$$

$$0 = 23 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t_m$$

$$t_m = \frac{23 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 2,3 \text{ seg}$$

Ahora reemplazamos este tiempo en la ecuación de altura:

$$h(t) = h_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$h_{\text{máx}} = 0 + 23 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2,3 \text{ s} - \frac{1}{2} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2,3 \text{ s})^2 = 26,45 \text{ m} = 9^\circ \text{ piso}$$

Como cada piso tiene 3 m, dividimos a 26,45 por 3 y nos da aproximadamente 9. Fijate que a los tres segundos la piedra estaba pasando por el 8° piso pero bajando ya que la altura máxima la alcanzó antes.

12) Desde la terraza de un edificio se deja caer un objeto pasando por el 4° piso a los 5 segundos. ¿Cuántos pisos tiene el edificio?

El 4° piso está a 12 m de altura ya que cada piso tiene 3 m, entonces a los 5 segundos el objeto estará a 12 m de altura. Además como se deja caer la velocidad inicial es cero. Con toda esta información podemos reemplazar en la ecuación de $h(t)$ y averiguar la altura inicial que es la altura del edificio:

$$h(t) = h_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$12 \text{ m} = h_0 + 0 \cdot 5 \text{ s} - \frac{1}{2} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (5 \text{ s})^2$$

$$h_0 = 12 \text{ m} + 125 \text{ m} = 137 \text{ m}$$

$$h_0 = \frac{137 \text{ m}}{3 \frac{\text{m}}{\text{piso}}} = 45,7 = 46 \text{ pisos}$$



13) Un avión que viaja a 10.000 metros de altura deja caer un objeto en caída libre. Transcurridos 20 segundos, el objeto cae a velocidad constante debido al rozamiento con el aire. ¿Cuánto tarda en llegar a tierra y con qué velocidad llega?



Para resolver este problema debemos dividirlo en dos partes: la primera es una caída libre y dura 20 segundos. La segunda parte es una caída con rozamiento a velocidad constante (MRU). Averiguemos entonces que distancia recorrerá en esos primeros 20 segundos y hasta que velocidad llegará:

$$h(t) = h_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$h(t) = 10.000 \text{ m} + 0 \cdot 20 \text{ s} - \frac{1}{2} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (20 \text{ s})^2 = 8.000 \text{ m}$$

$$v(t) = v_0 - g \cdot t$$

$$v(t) = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 20 \text{ s} = -200 \text{ m/s}$$

Ahora vamos a inventar una ecuación para la segunda parte a partir de la ecuación de posición del MRU, considerando como posición inicial 8000 m y velocidad que cae a velocidad constante de -200 m/s:

$$h(t) = h_0 + v \cdot t$$

$$0 = 8000 \text{ m} - 200 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t$$

$$t = \frac{8000 \text{ m}}{200 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 40 \text{ seg.}$$

Por lo tanto, el tiempo total que tarda en llegar a tierra es 20 s + 40 s = 1 minuto.

14) Una persona se lanza desde un trampolín que se encuentra a 20 m de altura sobre la superficie del agua tardando 2.5 segundos en llegar al agua. ¿Con que velocidad se impulsó y cuál es su velocidad al momento de ingresar en el agua?

Datos: $h_0 = 20 \text{ m}$ $t_c = 2,5 \text{ seg.}$ $h(2,5 \text{ s}) = 0$

$$h(t) = h_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$0 = 20 \text{ m} + v_0 \cdot 2,5 \text{ s} - \frac{1}{2} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2,5 \text{ s})^2$$

$$0 = 20 \text{ m} + v_0 \cdot 2,5 \text{ s} - 31,25 \text{ m}$$

$$v_0 = \frac{31,25 \text{ m} - 20 \text{ m}}{2,5 \text{ s}} = 4,5 \text{ m/s}$$



$$v(t) = v_0 - g \cdot t$$

$$v(t) = 4,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2,5 \text{ s} = -20,5 \text{ m/s}$$

15)- Un estudiante de física desea comprobar por sí mismo la Ley de la Gravedad, para lo cual se deja caer, reloj en mano, desde la cornisa de un rascacielos de 270 m de altura, iniciando su caída libre. Cinco segundos después entra Superman en escena y se arroja desde la terraza para salvarlo. Calcular;

a) ¿Cuál deberá ser la velocidad inicial de Clark Kent para lograr rescatarlo justo antes de que se estrelle contra el pavimento?

b) ¿Con qué velocidad expresada en km/h llega Superman hasta el estudiante?

Para resolver este problema vamos a empezar por averiguar cuanto tiempo tarda el estudiante en caer hasta la vereda sabiendo que lo hace a partir del reposo y desde una altura inicial de 270 m:

$$h(t) = h_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$0 = 270 \text{ m} + 0 \cdot t - \frac{1}{2} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2$$

$$t_c = \sqrt{\frac{270 \text{ m}}{5 \text{ m/s}^2}} = 7,35 \text{ seg.}$$

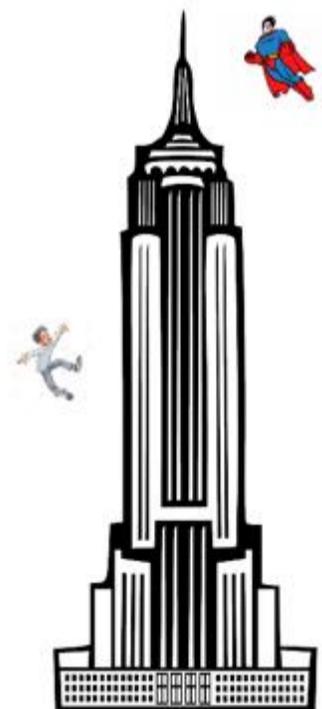
Como Superman entra en escena 5 segundos después, tiene 2,35 segundos para rescatarlo antes de que impacte contra el suelo. Con esta información podemos reemplazar en la ecuación $h(t)$ y averiguar con velocidad inicial debe partir desde la terraza del rascacielos para llegar justo a tiempo a la vereda:

$$h(t) = h_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$0 = 270 \text{ m} + v_0 \cdot 2,35 \text{ s} - \frac{1}{2} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2,35 \text{ s})^2$$

$$0 = 270 \text{ m} + v_0 \cdot 2,35 \text{ s} - 27,61 \text{ m}$$

$$v_0 = \frac{27,61 \text{ m} - 270 \text{ m}}{2,35 \text{ s}} = -103,14 \text{ m/s}$$



Ahora averiguamos con qué velocidad llega el estudiante a la vereda:

$$v(t) = v_0 - g \cdot t$$

$$v(t) = -103,14 - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2,35 \text{ seg} = -126,64 \frac{\text{m}}{\text{s}} = -456 \text{ km/h}$$

16) Desde la terraza de un edificio de 40 m se deja caer un objeto y simultáneamente desde la vereda, otra persona arroja un objeto hacia arriba a 20 m/s. ¿A qué altura se cruzan ambos objetos? Represente gráficamente $h(t)$ de ambos objetos en un mismo gráfico.

Este es un problema de encuentro pero en un movimiento vertical: para resolverlo plantearemos las ecuaciones de posición vertical ($h(t)$) de ambos objetos y las igualaremos para averiguar el tiempo que tardan en cruzarse:

$$h(t) = h_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

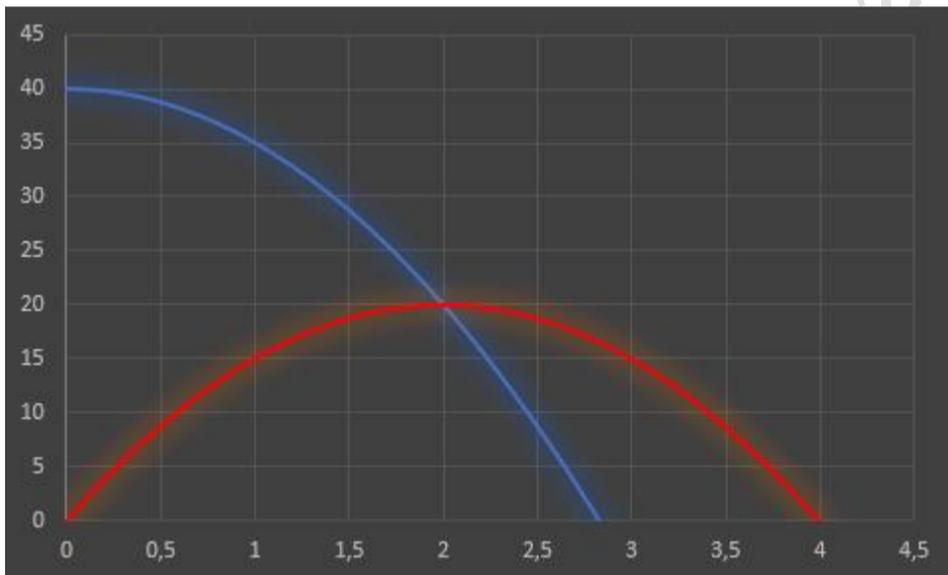
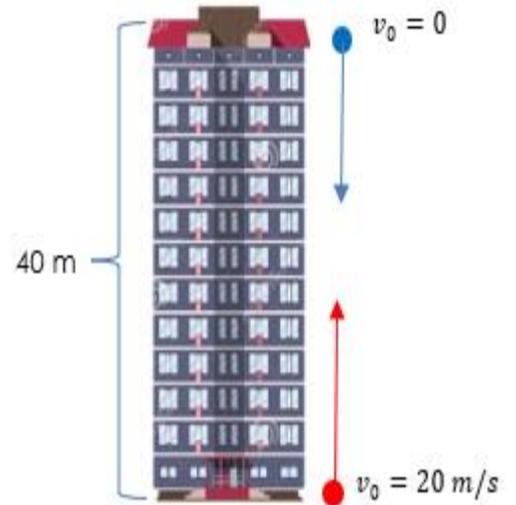
$$h_1(t) = 40 \text{ m} + 0 \cdot t - \frac{1}{2} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2$$

$$h_2(t) = 0 + 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t - \frac{1}{2} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2$$

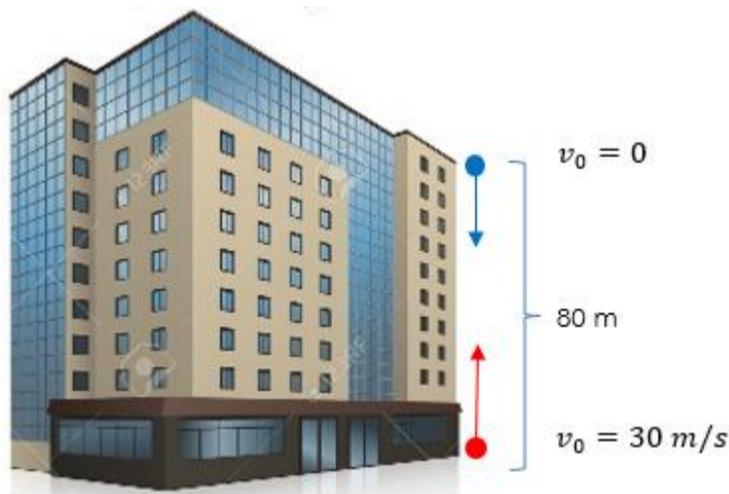
$$40 \text{ m} - 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t^2 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t - 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t^2$$

$$t_e = \frac{40 \text{ m}}{20 \text{ m/s}} = 2 \text{ seg}$$

$$h_e = 40 \text{ m} - \frac{1}{2} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2 \text{ seg})^2 = 20 \text{ m}$$



17) Pablo se encuentra en la cornisa de un edificio de 80 m de altura dejando caer un objeto. Un segundo después, Juan arroja otro objeto a 30 m/s desde la vereda. ¿En qué instante se cruzan, a qué altura y cuál es su velocidad? Construya un gráfico $h(t)$. **Rta: 3,9 seg, 3,95 m, -39 m/s, 1 m/s**



Vamos a plantear este problema como uno de encuentro:

$$h(t) = h_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$h_{\text{Pablo}}(t) = 80 \text{ m} + 0 \cdot t - \frac{1}{2} 10 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$$

$$h_{\text{Juan}}(t) = 0 + 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot (t - 1 \text{ s}) - \frac{1}{2} 10 \text{ m/s}^2 \cdot (t - 1 \text{ s})^2$$

En la ecuación de Juan, puse $(t-1)$ ya que su objeto sale un segundo después que el de Pablo.

Ahora igualamos ambas ecuaciones: para hacerlo más sencillo voy a omitir las unidades así puedes ver claramente como opero con el binomio cuadrado $[(t-1)^2]$ y la propiedad distributiva en las ecuaciones que me quedaron.

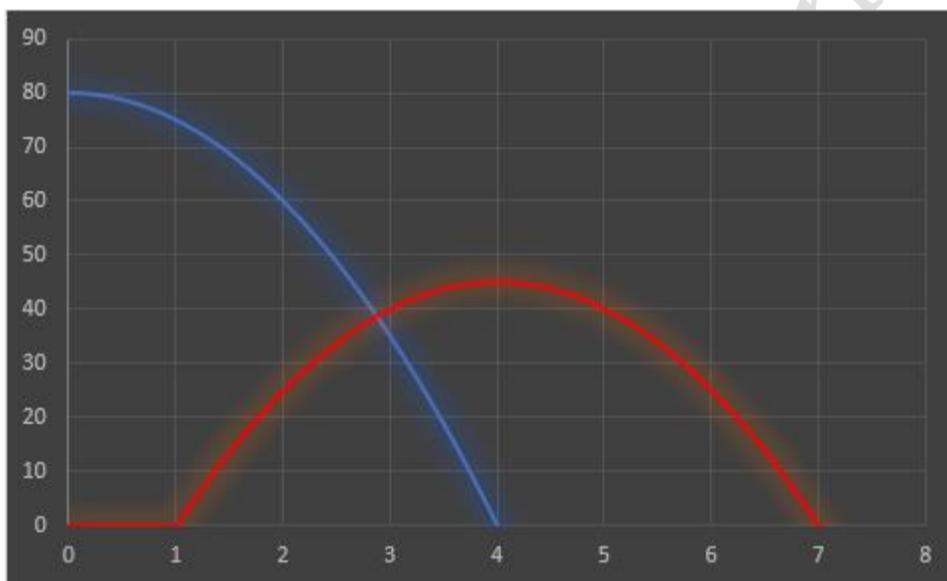
$$\begin{aligned} 80 - 5t^2 &= 30(t-1) - 5(t-1)^2 \\ 80 - 5t^2 &= 30t - 30 - 5(t^2 - 2t + 1) \\ 80 - 5t^2 &= 30t - 30 - 5t^2 + 10t - 5 \\ 80 + 30 + 5 &= 30t + 10t \\ t_e &= \frac{115}{40} = 2,875 \text{ seg.} \end{aligned}$$

Ahora reemplazamos este tiempo en cualquiera de las dos ecuaciones para averiguar la altura a la que se cruzan:

$$\begin{aligned} h_{\text{Pablo}}(t) &= 80 \text{ m} - \frac{1}{2} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2,875 \text{ s})^2 = 38,67 \text{ m} \\ h_{\text{Juan}}(t) &= 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1,875 \text{ s} - \frac{1}{2} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (1,875 \text{ s})^2 = 38,67 \text{ m} \end{aligned}$$

Averigüemos ahora que velocidad tiene cada uno en ese instante:

$$\begin{aligned} v(t)_{\text{Pablo}} &= 0 - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2,875 \text{ s} = -28,75 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v(t)_{\text{Juan}} &= 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,875 \text{ s} = 11,25 \text{ m/s} \end{aligned}$$



18) Repita el problema anterior, pero suponiendo que ahora primero lo arroja Juan y 1 segundo después Pablo deja caer su objeto.

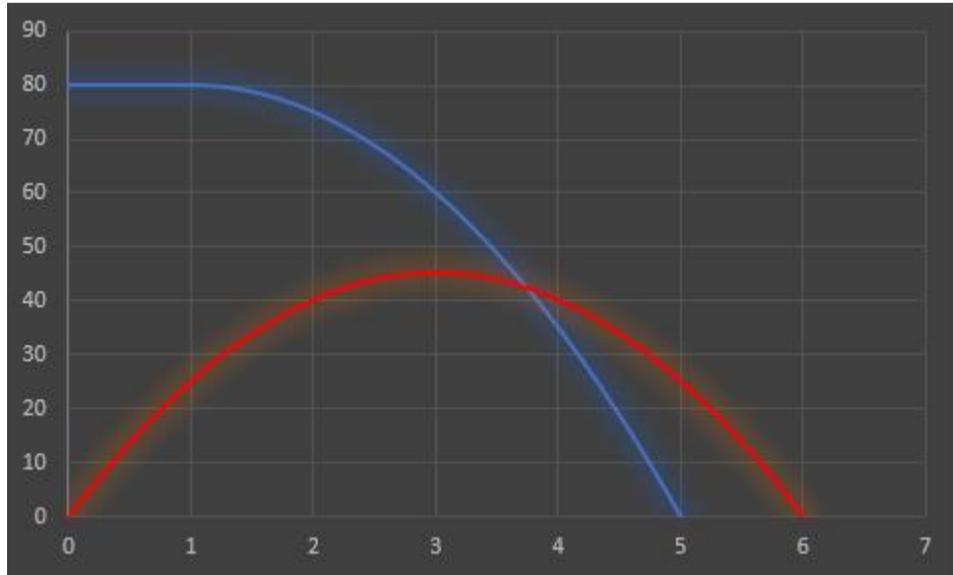
Debemos plantear las ecuaciones restando 1 segundo en la ecuación de Pablo:

$$\begin{aligned} h(t) &= h_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \\ h_{\text{Pablo}}(t) &= 80 \text{ m} + 0 \cdot (t-1\text{s}) - \frac{1}{2} 10 \text{ m/s}^2 \cdot (t-1\text{s})^2 \\ h_{\text{Juan}}(t) &= 0 + 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t - \frac{1}{2} 10 \text{ m/s}^2 \cdot t^2 \\ 80 - 5(t-1)^2 &= 30t - 5t^2 \\ 80 - 5(t^2 - 2t + 1) &= 30t - 5t^2 \\ 80 - 5t^2 + 10t - 5 &= 30t - 5t^2 \\ 80 - 5 &= 30t - 10t \\ t_e &= \frac{75}{20} = 3,75 \text{ seg.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_{\text{Pablo}}(t) &= 80 \text{ m} - \frac{1}{2} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2,75 \text{ s})^2 = 42,19 \text{ m} \\ h_{\text{Juan}}(t) &= 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 3,75 \text{ s} - \frac{1}{2} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (3,75 \text{ s})^2 = 42,19 \text{ m} \end{aligned}$$

$$v(t)_{Pablo} = 0 - 10 \frac{m}{s^2} \cdot 2,75 s = -27,5 \frac{m}{s}$$

$$v(t)_{Juan} = 30 \frac{m}{s} - 10 \frac{m}{s^2} \cdot 3,75 s = -7,5 m/s$$



19) Un globo asciende con velocidad constante de 10 m/s y cuando se encuentra a 40 m del piso, un muchacho le dispara una piedra con una gomera, que parte verticalmente desde el suelo a 40 m/s.

a) ¿Cuánto tiempo después de partir la piedra alcanzará al globo?

Este es otro problema de encuentro en un tiro vertical:

$$h(t) = h_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$h_{piedra}(t) = 0 + 40 m/s \cdot t - \frac{1}{2} 10 m/s^2 \cdot t^2$$

$$h_{globo}(t) = 40 m + 10 \frac{m}{s} \cdot t$$

$$40 \frac{m}{s} t - 5 \frac{m}{s^2} \cdot t^2 = 40 m + 10 \frac{m}{s} t$$

$$-5 t^2 + 30 t - 40 = 0$$

$$t_1 = 2 \text{ seg} \quad \text{y} \quad t_2 = 4 \text{ seg.}$$

$$v_{globo} = 10 m/s$$



40 m

$$v_{piedra} = 40 m/s$$

Al resolver esta cuadrática tenemos dos resultados positivos. ¿por qué? El motivo es que la piedra pasa dos veces por donde está subiendo el globo, cuando sube y cuando baja. Obviamente cuando pasa la primera vez lo revienta por lo tanto ese es el resultado correcto. Esto podrás verlo cuando lo grafique.

b) ¿A qué altura del piso alcanzará la piedra el globo?

$$h_{globo}(t) = 40 m + 10 \frac{m}{s} \cdot 2 \text{ seg} = 60 m$$

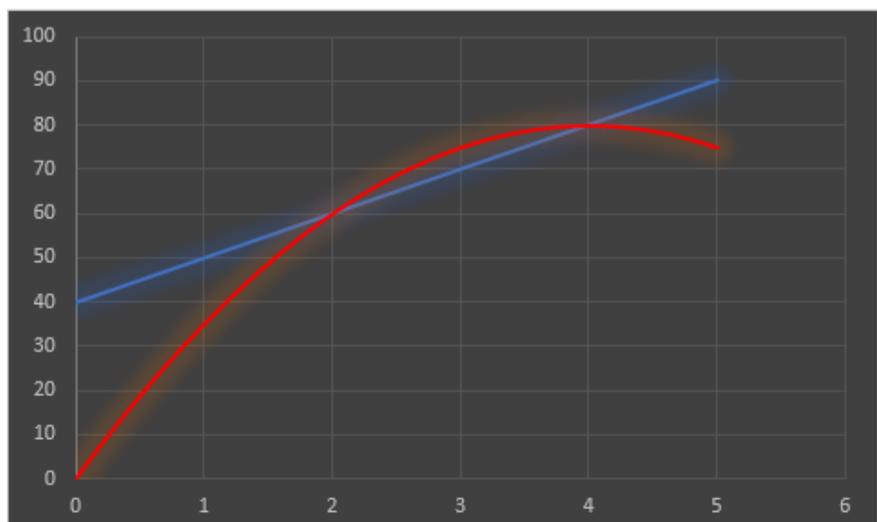
c) ¿Cuál será la velocidad de la piedra (respecto de la tierra) en ese instante? Interpretar.

$$v(t) = 40 \frac{m}{s} - 10 \frac{m}{s^2} \cdot 2 \text{ seg} = 20 \frac{m}{s}$$

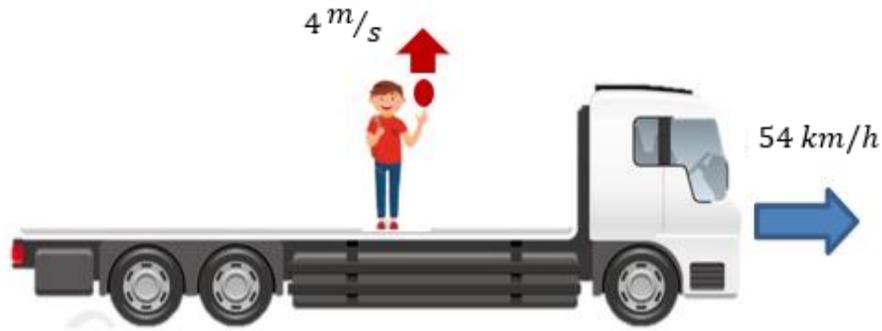
La piedra está ascendiendo.

d) Construir un gráfico h (t) para ambos móviles verificando el encuentro.

La recta azul representa la trayectoria del globo. La roja es la de la piedra: se cruzan por primera vez a los 2 segundos.



20) Un muchacho viaja en la parte trasera de un camión que se mueve con velocidad constante de 54 km/h y arroja una piedra hacia arriba con una velocidad inicial de 4 m/s. Cuando vuelve a atajar la piedra, ¿cuántos metros recorrió el camión? Construya un gráfico que represente el movimiento de la piedra para un observador ubicado en la vereda.



Primero averiguamos cuanto tiempo tarda la piedra en subir y bajar desde la mano del muchacho:

$$h(t) = h_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$0 = 0 + 4 \frac{m}{s} \cdot t - \frac{1}{2} 10 m/s^2 \cdot t^2$$

$$4 \frac{m}{s} t = 5 \frac{m}{s^2} t^2$$

$$\frac{t^2}{t} = \frac{4 m/s}{5 m/s^2} = 0,8 \text{ seg.}$$

Ahora averiguamos que distancia recorrió el camión en ese tiempo. Primero pasamos 54 km/h a m/s dividiendo por 3,6.

$$v_{camion} = 54 \frac{km}{h} = 15 \frac{m}{s}$$

Ahora multiplicamos la velocidad del camión por el tiempo ya que este se mueve con velocidad constante (MRU):

$$d = 15 \frac{m}{s} * 0.8 s = 12 m$$

